# 1. Einführung

## 1.1. Grundlagen

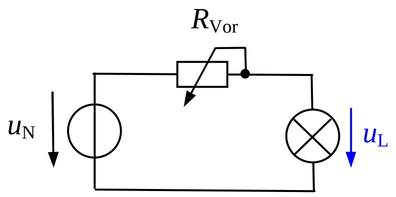
Aufgaben der Leistungselektronik:

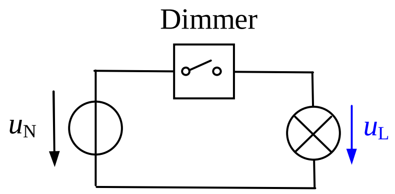
- Schalten
- Umformen
- Steuern/Regeln

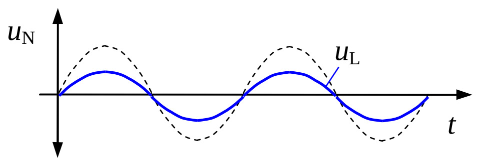
Die Leistungselektronik nutzt den Schaltbetrieb!

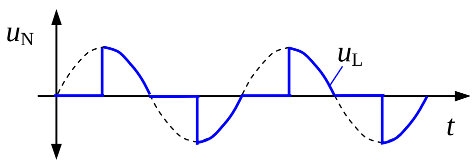
Vorteil: Verluste im Umrichter sind gering!

Beispiel: Helligkeitssteuerung



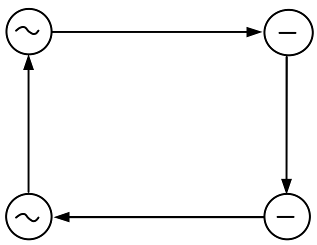




Einteilung der Umrichter nach der äußeren Wirkungsweise:

**Gleichrichten:**
- Netzgeräte
- Batterieladegeräte
- Bordnetzversorgungen (Lichtmaschine)
- Gleichstrom-Schweißgeräte



**Umrichten von Wechselgrößen**
- Bahnstromversorgungen (16 2/3Hz)
- Drehstromantriebe bei Elektroloks
- Kopplungen bei Wechselspannungsnetzen
- Netzeinspeisung bei Windenergieanlagen

**Umrichten von Gleichgrößen**
- Geregelte Bordnetzversorgung mit Batterie
- Betrieb/Steuerung von Brennstoffzellen
- Energieaustausch zwischen Bordnetzen
- MPP-Steuerung bei Photovoltaikanlagen

**Wechselrichten**
- Frequenzantriebe (Elektromobilität, Hybridantriebe)
- Einspeiseumrichter bei Photovoltaikenergie
- 400Hz-Bordstromversorgungen (Schiffe, Flugzeuge)
- Hochspannungs-Gleichspannungs-Übertragung (HGÜ)

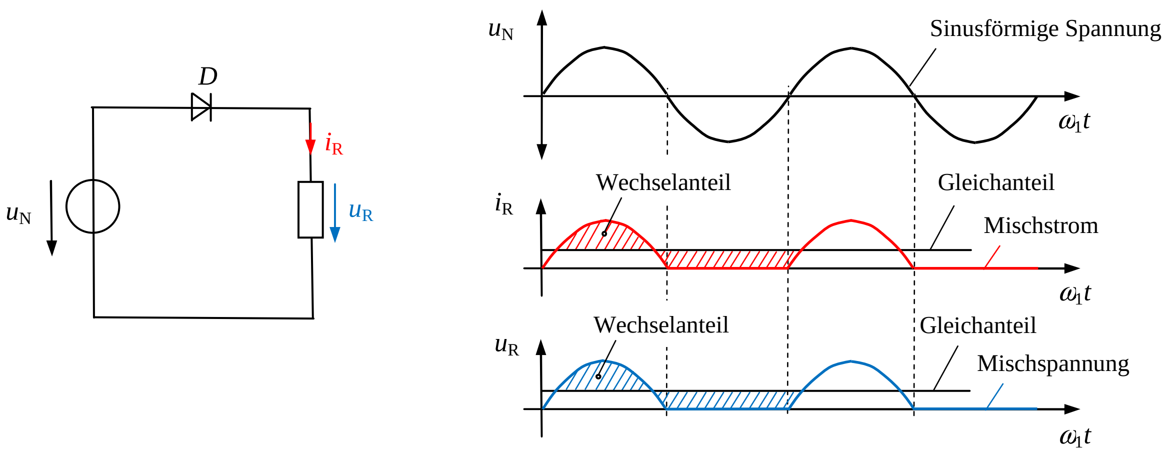
## 1.2. Beschreibung von elektrischen Größen

Leistungselektronik nutzt den Schaltbetrieb:

→ Spannungs- und Strömverläufe werden aus Abschnitten mit teilweise sprungförmigen Übergängen zusammengesetzt!

### 1.2.1. Gleich-, Wechsel- und Mischgrößen

Schaltungsbeispiel mit Spannungs- und Stromverläufe



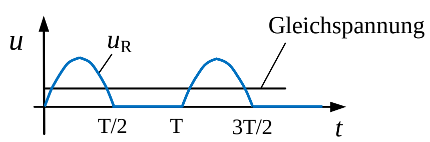

### 1.2.2. Arithmetischer Mittelwert

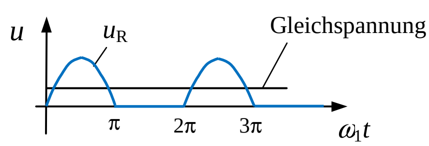
Der arithmetische Mittelwert wird auch Gleichanteil oder Eng. Average Value (AV) genannt.

Mathematischer Zusammenhang:

$$U_{\mathrm{R\,AV}} = \frac{1}{T}\int_0^T u_{\mathrm{R}}(t)\cdot dt \qquad \text{oder} \qquad U_{\mathrm{R\,AV}} = \frac{1}{2\cdot\pi}\int_0^{2\cdot\pi} u_{\mathrm{R}}(t)\cdot d\omega_1 t$$

Beispiel:




Funktion:

$$u_{\mathrm{R}}(t) = \hat{u}_{\mathrm{R}}\cdot\sin(\omega_1 t) \qquad\qquad u(t) = \hat{u}_{\mathrm{R}}\cdot\sin(\omega_1 t)$$

Integrationsgrenzen:

$$t_1 = 0 \qquad\qquad \varphi_1 = \omega_1 t_1 = 0$$

$$t_2 = \tfrac{T}{2} \qquad\qquad \varphi_2 = \omega_1 t_2 = \pi$$

Berechnung:

$$U_{\mathrm{R\,AV}} = \frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \hat{u}_{\mathrm{R}} \cdot \sin(\omega_1 t)\cdot dt \qquad U_{\mathrm{R\,AV}} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} \hat{u}_{\mathrm{R}} \cdot \sin(\omega_1 t)\cdot d\omega t$$

$$U_{\mathrm{R\,AV}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{\omega_1 \cdot T}\cdot\left[-\cos(\omega_1 t)\right]_{t=0}^{t=\frac{T}{2}} \qquad U_{\mathrm{R\,AV}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{2\pi}\cdot\left[-\cos(\omega_1 t)\right]_{\omega_1 t=0}^{\omega_1 t=\pi}$$

$$U_{\mathrm{R\,AV}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{\omega_1 \cdot T}\cdot\left[-\cos(\omega_1 \cdot \tfrac{T}{2}) + \cos(\omega_1 \cdot 0)\right] \qquad U_{\mathrm{R\,AV}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{2\cdot\pi}\cdot\left[-\cos(\pi) + \cos(0)\right]$$

$$\text{mit } \omega_1 = 2\cdot\pi\cdot f = 2\cdot\pi\cdot\tfrac{1}{T} \quad\Rightarrow\quad \omega_1\cdot T = 2\cdot\pi$$

$$U_{\mathrm{R\,AV}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{2\cdot\pi}\cdot[1+1)] \qquad U_{\mathrm{R\,AV}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{2\cdot\pi}\cdot[1+1]$$

$$U_{\mathrm{R\,AV}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{\pi} \approx 0.318\cdot\hat{u}_{\mathrm{R}}$$

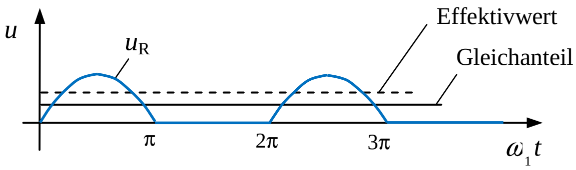
### 1.2.3. Effektivwert

Der Effektivwert wird auch quadratischer Mittelwert oder Eng. Root Mean Square (RMS) genannt.

Mathematischer Zusammenhang:

$$U_{\mathrm{R\,RMS}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u_{\mathrm{R}}^2(t)\cdot dt} \qquad \text{oder} \qquad U_{\mathrm{R\,RMS}} = \sqrt{\frac{1}{2\cdot\pi}\int_0^{2\cdot\pi} u_{\mathrm{R}}^2(t)\cdot d\omega_1 t}$$

Beispiel:




Funktion: $u_{\mathrm{R}}(t) = \hat{u}_{\mathrm{R}}\cdot\sin(\omega_1 t)$

Integrationsgrenzen: $\varphi_1 = \omega_1 t_1 = 0$

$\varphi_2 = \omega_1 t_2 = \pi$

Berechnung: $U_{\mathrm{R\,RMS}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\left[\hat{u}_{\mathrm{R}}\cdot\sin(\omega_1 t)\right]^2\cdot d\omega_1 t}$

Es gilt: $1 = [\cos(\omega_1 t)]^2 + [\sin(\omega_1 t)]^2$

$- \quad \cos(2\,\omega_1 t) = [\cos(\omega_1 t)]^2 - [\sin(\omega_1 t)]^2$

$\Rightarrow \quad 1 - \cos(2\,\omega_1 t) = 2\cdot[\sin(\omega_1 t)]^2$

$$U_{\mathrm{R\,RMS}} = \sqrt{\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}^2}{2\pi}\int_0^{\pi}\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cdot\cos(2\,\omega_1 t)\right]\cdot d\omega_1 t}$$

$$U_{\mathrm{R\,RMS}} = \sqrt{\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}^2}{2\pi}\left[\frac{1}{2}\cdot\omega_1 t-\frac{1}{4}\sin(2\,\omega_1 t)\right]_{\omega_1 t=0}^{\omega_1 t=\pi}}$$

$$U_{\mathrm{R\,RMS}} = \sqrt{\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}^2}{2\pi}\left[\frac{1}{2}\cdot\pi-\frac{1}{4}\sin(2\cdot\pi)-\frac{1}{2}\cdot 0+\frac{1}{4}\sin(0)\right]}$$

$$U_{\mathrm{R\,RMS}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{2} = 0.5\cdot\hat{u}_{\mathrm{R}}$$

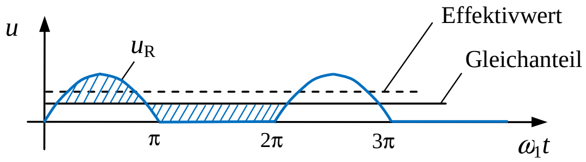
### 1.2.4. Effektivwert bei Mischgrößen

Bei Mischgrößen kann der Gesamteffektivwert auch aus dem Gleichanteil und dem Effektivwert des Wechselanteils ermittelt werden.

Es gilt die quadratische Addition:

$$U_{\mathrm{R\,RMS}} = \sqrt{U_{\mathrm{R\,AV}}^2 + U_{\mathrm{R\,RMS\sim}}^2}$$

Beispiel:




Gleichanteil aus Kapitel 1.2.2:

$$U_{\mathrm{R\,AV}} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\hat{u}_{\mathrm{R}}\cdot\sin(\omega_1 t)\cdot d\omega_1 t$$

$$U_{\mathrm{R\,AV}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{\pi} \approx 0.318\cdot\hat{u}_{\mathrm{R}}$$

Effektivwert des Wechselanteils:

$$U_{\mathrm{R\,RMS\sim}} = \sqrt{\frac{1}{2\cdot\pi}\int_0^{2\cdot\pi}u_{\mathrm{R}\sim}^2(t)\cdot d\omega_1 t}$$

| Integrationsgrenzen: | Bereich I | Bereich II |
|---|---|---|
| | $\varphi_1 = \omega_1 t_1 = 0$ | $\varphi_2 = \omega_1 t_2 = \pi$ |
| | $\varphi_2 = \omega_1 t_2 = \pi$ | $\varphi_3 = \omega_1 t_3 = 2\pi$ |

Berechnung:

$$U_{\mathrm{R\,RMS\sim}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\cdot\left\{\int_0^{\pi}\left[\hat{u}_{\mathrm{R}}\cdot\sin(\omega_1 t)-U_{\mathrm{R\,AV}}\right]^2 d\omega_1 t+\int_{\pi}^{2\pi}\left[-U_{\mathrm{R\,AV}}\right]^2 d\omega_1 t\right\}}$$

$$U_{\mathrm{R\,RMS\sim}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\cdot\left\{\int_0^{\pi}[\hat{u}_{\mathrm{R}}\cdot\sin(\omega_1 t)]^2 d\omega_1 t-2\cdot\int_0^{\pi}\left[\hat{u}_{\mathrm{R}}\cdot U_{\mathrm{R\,AV}}\cdot\sin(\omega_1 t)\right]d\omega_1 t+\int_0^{\pi}\left[-U_{\mathrm{R\,AV}}\right]^2 d\omega_1 t+\int_{\pi}^{2\pi}\left[-U_{\mathrm{R\,AV}}\right]^2 d\omega_1 t\right\}}$$

mit: $U_{\mathrm{R\,AV}} = \frac{1}{\pi}\cdot\hat{u}_{\mathrm{R}}$

$$U_{\mathrm{R\,RMS\sim}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\cdot\left\{\underbrace{\int_0^{\pi}[\hat{u}_{\mathrm{R}}\cdot\sin(\omega_1 t)]^2 d\omega_1 t}_{\text{Teil I}}-\underbrace{2\cdot\int_0^{\pi}\left[\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}^2}{\pi}\cdot\sin(\omega_1 t)\right]d\omega_1 t}_{\text{Teil II}}+\underbrace{\int_0^{\pi}\left[-\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{\pi}\right]^2 d\omega_1 t}_{\text{Teil III}}+\underbrace{\int_{\pi}^{2\pi}\left[-\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{\pi}\right]^2 d\omega_1 t}_{\text{Teil IV}}\right\}}$$

Teil I $\quad \int_0^{\pi}[\hat{u}_{\mathrm{R}}\cdot\sin(\omega_1 t)]^2\cdot d\omega_1 t=\frac{\pi}{2}\cdot\hat{u}_{\mathrm{R}}^2$ (Kap. 1.2.3)

Teil II $\quad 2\cdot\int_0^{\pi}\left[\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}^2}{\pi}\cdot\sin(\omega_1 t)\right]\cdot d\omega_1 t=-\frac{2\cdot\hat{u}_{\mathrm{R}}^2}{\pi}\cdot\cos(\omega_1 t)\Big|_0^{\pi}=\frac{2\cdot\hat{u}_{\mathrm{R}}^2}{\pi}\cdot(1+1)=\frac{4}{\pi}\cdot\hat{u}_{\mathrm{R}}^2$

Teil III $\quad \int_0^{\pi}\left[-\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{\pi}\right]^2\cdot d\omega_1 t=\left[\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{\pi}\right]^2\cdot\omega_1 t\Big|_0^{\pi}=\left[\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{\pi}\right]^2\cdot(\pi-0)=\frac{1}{\pi}\cdot\hat{u}_{\mathrm{R}}^2$

Teil IV $\quad \int_{\pi}^{2\pi}\left[-\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{\pi}\right]^2\cdot d\omega_1 t=\left[\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{\pi}\right]^2\cdot\omega_1 t\Big|_{\pi}^{2\pi}=\left[\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{\pi}\right]^2\cdot(2\pi-\pi)=\frac{1}{\pi}\cdot\hat{u}_{\mathrm{R}}^2$

$$U_{\mathrm{R\,RMS\sim}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\cdot\left[\frac{\pi}{2}\cdot\hat{u}_{\mathrm{R}}^2-\frac{4}{\pi}\cdot\hat{u}_{\mathrm{R}}^2+\frac{1}{\pi}\cdot\hat{u}_{\mathrm{R}}^2+\frac{1}{\pi}\cdot\hat{u}_{\mathrm{R}}^2\right]}$$

$$U_{\mathrm{R\,RMS\sim}} = \sqrt{\left(\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{2}\right)^2-\left(\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{\pi}\right)^2}$$

Zurück zum Gesamteffektivwert:

$$U_{\mathrm{R\,RMS}} = \sqrt{U_{\mathrm{R\,AV}}^2+U_{\mathrm{R\,RMS\sim}}^2}$$

$$U_{\mathrm{R\,RMS}} = \sqrt{\left(\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{\pi}\right)^2+\left(\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{2}\right)^2-\left(\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{\pi}\right)^2}$$

$$U_{\mathrm{R\,RMS}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{2}$$

### 1.2.5. Formfaktor, Welligkeit und Klirrfaktor

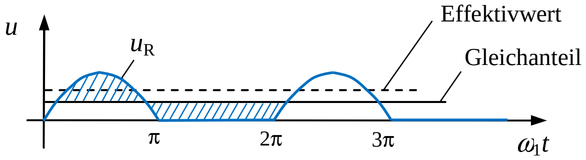
- **Formfaktor:**

Der Formfaktor wird für messtechnische Anwendungen gebraucht. Er wird berechnet aus dem Verhältnis von Gesamteffektivwert zum Gleichrichtwert einer elektrischen Größe.

$$F_{\mathrm{u}} = \frac{U_{\mathrm{RMS}}}{|U_{\mathrm{AV}}|} \qquad \text{oder} \qquad F_{\mathrm{i}} = \frac{I_{\mathrm{RMS}}}{|I_{\mathrm{AV}}|}$$

Bei idealen Gleichgrößen ist $F = 1$.

Beispiel:




Gleichanteil:

$$U_{\mathrm{R\,AV}} = \frac{1}{\pi} \cdot \hat{u}_{\mathrm{R}} \quad \text{(Kap. 1.2.2)}$$

Gesamteffektivwert

$$U_{\mathrm{R\,RMS}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{2} \quad \text{(Kap. 1.2.3)}$$

Formfaktor: $F_{\mathrm{u}} = \dfrac{\pi}{2} \approx 1.57$

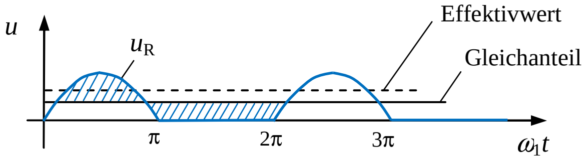
- **Welligkeit:**

Die Welligkeit ist ein Maß für die Qualität einer gleichgerichteten Größe (Spannung, Strom). Es gilt:

$$W_{\mathrm{u}} = \frac{U_{\mathrm{RMS\sim}}}{U_{\mathrm{AV}}} = \frac{\sqrt{U_{\mathrm{RMS}}^2 - U_{\mathrm{AV}}^2}}{U_{\mathrm{AV}}} \qquad \text{oder} \qquad W_{\mathrm{i}} = \frac{I_{\mathrm{RMS\sim}}}{I_{\mathrm{AV}}} = \frac{\sqrt{I_{\mathrm{RMS}}^2 - I_{\mathrm{AV}}^2}}{I_{\mathrm{AV}}}$$

Bei idealen Gleichgrößen ist die Welligkeit $W = 0$. Für reine Wechselgrößen geht $W \rightarrow \infty$.

Beispiel:




Gleichanteil:

$$U_{\mathrm{R\,AV}} = \frac{1}{\pi} \cdot \hat{u}_{\mathrm{R}} \quad \text{(Kap. 1.2.2)}$$

Effektivwert des Wechselanteils

$$U_{\mathrm{R\,RMS\sim}} = \sqrt{\left(\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{\pi}\right)^2} \quad \text{(Kap. 1.2.3)}$$

Welligkeit der gleichgerichteten Spannung:

$$W_{\mathrm{u}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{\pi}\right)^2}{\left(\frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}}{\pi}\right)^2}} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - 1} \approx 1.211$$

**Klirrfaktor, Verzerrungsfaktor**

Bei Wechselrichtern werden neben dem gewünschten Wechselanteil auch unerwünschte Oberschwingungen erzeugt. Der Klirrfaktor und der Verzerrungsfaktor beschreibt die Qualität des gewünschten Wechselanteils.

- **Klirrfaktor (Engl. Total Harmonic Factor)**

Beim Klirrfaktor wird der Effektivwert des Oberschwingungsanteils auf den Gesamteffektivwert bezogen.

$$k_{\mathrm{u}} = \frac{\sqrt{\sum_{v=2}^{\infty} U_{\mathrm{RMS}\ v}^2}}{U_{\mathrm{RMS}}} = \frac{U_{\mathrm{RMS\ OS}}}{U_{\mathrm{RMS}}}$$

Ferner gilt: $g_{\mathrm{u}}^2 + k_{\mathrm{u}}^2 = 1$ mit $g_{\mathrm{u}} = \frac{U_{\mathrm{RMS\ 1}}}{U_{\mathrm{RMS}}}$

$g_{\mathrm{u}}$: Grundschwingungsfaktor

- **Verzerrungsfaktor (Engl. Total Harmonic Distortion, THD)**

Beim Verzerrungsfaktor wird der Effektivwert des Oberschwingungsanteils auf den Grundschwingungs-Effektivwert bezogen.

$$THD_{\mathrm{u}} = \frac{U_{\mathrm{RMS\ OS}}}{U_{\mathrm{RMS\ 1}}} \quad \text{oder} \quad THD_{\mathrm{i}} = \frac{I_{\mathrm{RMS\ OS}}}{I_{\mathrm{RMS\ 1}}}$$

Für ideale Wechselgrößen ist der Verzerrungsfaktor $THD = 0$.

## 1.3. Leistungsberechnungen bei Stromrichtern

### 1.3.1. Leistungsfaktor

Die umgesetzte Wirkleistung $P$ ist bei Verbrauchern in der Regel kleiner als die Scheinleistung $S$. Dies wird durch den Leistungsfaktor $\lambda$ beschrieben. Für dem allgemeinen Fall gilt:

$$\lambda = \frac{P}{S}$$

Für rein sinusförmige Größen ist der Leistungsfaktor $\lambda$ gleich dem Kosinus des Phasenwinkels $\varphi_1$:

$$\lambda = \cos(\varphi_1) = \frac{P_1}{S_1}$$

Für sinusförmige Größen gelten darüber hinaus die folgenden Beziehungen:

$$S_1^2 = P_1^2 + Q_1^2, \qquad P_1 = S_1 \cdot \cos(\varphi_1) \qquad \text{und} \qquad Q_1 = S_1 \cdot \sin(\varphi_1)$$

Durch den Schaltbetrieb sind bei Stromrichtern im Allgemeinen keine reinen sinusförmigen Verläufe vorhanden, sondern Oberschwingungen überlagert. Die Oberschwingungen können mittels Fourier-Analyse bestimmt werden.

### 1.3.2. Fourier-Analyse

Periodische Funktionen können durch eine Summe sinusförmiger Schwingungen beschrieben werden. Es gilt die folgende Grundfunktion:

$$u(t) = u_0 + \sum_{\mathrm{k}=1}^{\infty} u_{\mathrm{a\,k}} \cdot \cos(k\,\omega_1\,t) + u_{\mathrm{b\,k}} \cdot \sin(k\,\omega_1\,t)$$

$$\text{mit} \quad k = 1, 2, 3, 4, 5.....$$

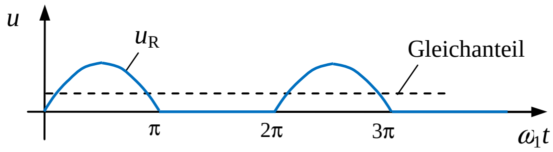
Die einzelnen Komponenten $u_0$, $u_{\mathrm{ak}}$ und $u_{\mathrm{bk}}$ in der Funktion können durch Integration berechnet werden. Folgende Integrale werden dazu benötigt:

Gleichkomponente: $$u_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} u(t) \cdot d\,\omega_1 t$$

Geraden Komponenten: $$u_{\mathrm{a\,k}} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} u(t) \cdot \cos(k\,\omega_1\,t) \cdot d\,\omega_1 t$$

Ungeraden Komponenten: $$u_{\mathrm{b\,k}} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} u(t) \cdot \sin(k\,\omega_1\,t) \cdot d\,\omega_1 t$$

Die enthaltenden Schwingungen von dem dargestellten Spannungsverlauf sollen nun mit Hilfe der Fourier-Analyse bestimmt werden.




Berechnung der einzelnen Komponenten:

Gleichkomponente: $$u_{\mathrm{R}\,0} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{+\pi} \hat{u}_\mathrm{R} \cdot \sin(\omega_1 t)\cdot d\,\omega_1 t = \frac{\hat{u}_\mathrm{R}}{\pi}$$

Geraden Komponenten:

für $k = 1$ $$u_{\mathrm{R\,a1}} = \frac{1}{\pi}\int_0^{+\pi} \hat{u}_\mathrm{R} \cdot \sin(\omega_1 t)\cdot \cos(\omega_1 t)\cdot d\,\omega_1 t = 0$$

für $k = 2, 3, 4, \ldots$ $$u_{\mathrm{R\,a}k} = \frac{1}{\pi}\int_0^{+\pi} \hat{u}_\mathrm{R} \cdot \sin(\omega_1 t)\cdot \cos(k\,\omega_1 t)\cdot d\,\omega_1 t = -\frac{2\cdot\hat{u}_\mathrm{R}\cdot\left[\cos\left(\frac{\pi\cdot k}{2}\right)\right]^2}{\pi\cdot(k^2-1)}$$

Ungeraden Komponenten:

für $k = 1$ $$u_{\mathrm{R\,b1}} = \frac{1}{\pi}\int_0^{+\pi} \hat{u}_\mathrm{R} \cdot \sin(\omega_1 t)\cdot \sin(\omega_1 t)\cdot d\,\omega_1 t = \frac{\hat{u}_\mathrm{R}}{2}$$

für $k = 2, 3, 4, \ldots$ $$u_{\mathrm{R\,b}k} = \frac{1}{\pi}\int_0^{+\pi} \hat{u}_\mathrm{R} \cdot \sin(\omega_1 t)\cdot \sin(k\,\omega_1 t)\cdot d\,\omega_1 t = 0$$

Die berechneten Komponenten werden nun in die Grundfunktion eingesetzt.

$$u_\mathrm{R}(t) = u_{\mathrm{R}\,0} + u_{\mathrm{R\,a1}}\cdot\cos(\omega_1 t) + u_{\mathrm{R\,b1}}\cdot\sin(\omega_1 t) + \sum_{\mathrm{k}=2}^{\infty} u_{\mathrm{R\,a}k}\cdot\cos(k\,\omega_1 t) + u_{\mathrm{R\,b}k}\cdot\sin(k\,\omega_1 t)$$

$$u_\mathrm{R}(t) = \hat{u}_\mathrm{R}\cdot\left[\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\cdot\sin(\omega_1 t) - \frac{1}{\pi}\cdot\sum_{\mathrm{k}=2}^{\infty}\frac{[1+\cos(\pi\cdot k)]}{(k-1)\cdot(k+1)}\cdot\cos(k\,\omega_1 t)\right]$$

$$\underline{\underline{u_\mathrm{R}(t) = \hat{u}_\mathrm{R}\cdot\left\{\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\cdot\sin(\omega_1 t) - \frac{2}{\pi}\cdot\left[\frac{1}{1\cdot 3}\cdot\cos(2\cdot\omega_1 t) + \frac{1}{3\cdot 5}\cdot\cos(4\cdot\omega_1 t) + \frac{1}{5\cdot 7}\cdot\cos(6\cdot\omega_1 t) + \ldots\right]\right\}}}$$

Bestimmung des Stromes im Widerstand:

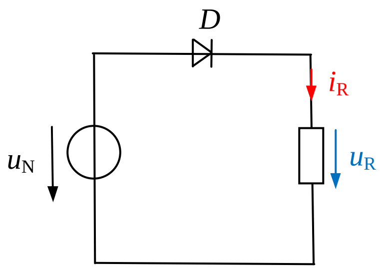
$$\underline{\underline{i_\mathrm{R}(t) = \frac{\hat{u}_\mathrm{R}}{R}\cdot\left\{\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\cdot\sin(\omega_1 t) - \frac{2}{\pi}\cdot\left[\frac{1}{1\cdot 3}\cdot\cos(2\cdot\omega_1 t) + \frac{1}{3\cdot 5}\cdot\cos(4\cdot\omega_1 t) + \frac{1}{5\cdot 7}\cdot\cos(6\cdot\omega_1 t) + \ldots\right]\right\}}}$$

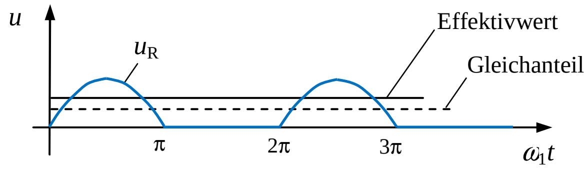
### 1.3.3. Wirkleistung

Die Wirkleistung wird mit Hilfe der Effektivwerte von Strom und Spannung berechnet. Dabei ist der Leistungsfaktor λ mit zu berücksichtigen. Es gilt:

$$P = U \cdot I \cdot \lambda = I^2 \cdot R \cdot \lambda = \frac{U^2}{R} \cdot \lambda \qquad \text{Für ohmsche Last} \Rightarrow \lambda = 1$$

Die Wirkleistung am Ausgang des dargestellten Stromrichters soll nun mit Hilfe des gegeben Spannungsverlaufs bestimmt werden.




Der Effektivwert der Ausgangsspannung $U_R$ wurde bereits in Kap. 1.2.3 berechnet.

Wirkleistung: $$P_R = \frac{U_R^2}{R} \qquad \text{mit} \quad U_R = \frac{\hat{u}_R}{2} = 0.5 \cdot \hat{u}_R$$

$$\underline{\underline{P_R = \frac{\hat{u}_R^2}{4 \cdot R}}}$$

Theoretisch könnte die Wirkleistung auch mit Hilfe der Fourier-Reihe ermittelt werden. Dazu müsste aber für jede Schwingung der Effektivwert berechnet werden. Die Addition der Effektivwertquadrate ergibt dann den Gesamteffektivwert.

$$U_R^2 = U_{R\,0}^2 + U_{R\,1}^2 + U_{R\,2}^2 + U_{R\,4}^2 + U_{R\,6}^2 + \ldots$$

Darüber hinaus kann die Wirkleistung auch auf der Netzseite berechnet werden. Der Strom auf der Netzseite entspricht gleich dem Strom auf der Lastseite. Die Netzspannung besteht nur aus einem Grundschwingungsanteil. Dies bedeutet, dass die Wirkleistung mit den Effektivwerten der Grundschwingungen von Strom und Spannung berechnet werden kann.

Wirkleistung: $$P_N = U_{N\,1} \cdot I_{N\,1} \cdot \cos(\varphi_{N1}) \qquad \text{mit} \quad U_{N\,1} = \frac{\hat{u}_N}{\sqrt{2}}, \quad I_{N\,1} = \frac{\hat{u}_N}{2 \cdot \sqrt{2}},$$

$$\cos(\varphi_{N1}) = 1$$

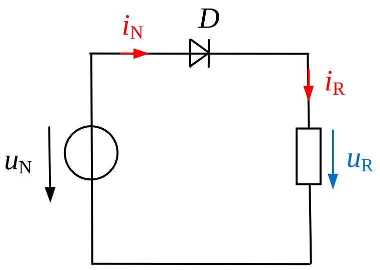
$$\underline{\underline{P_N = \frac{\hat{u}_N^2}{4 \cdot R}}} \qquad \text{mit} \quad \hat{u}_N = \hat{u}_R$$

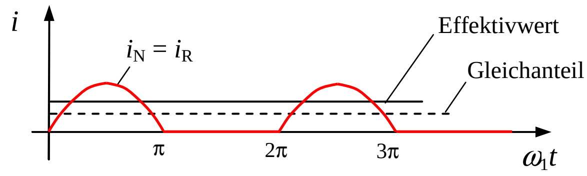
### 1.3.4. Scheinleistung

Für die Berechnung der Scheinleistung gilt die allgemeine Formel:

$$S = U \cdot I$$

Für den dargestellten Netzstrom soll nun die Scheinleistung im Netz bestimmt werden.




Der Effektivwert von der sinusförmigen Netzspannung ist bekannt. Der Stromeffektivwert ist gleich dem Effektivwert der Ausgangsspannung $U_R$ dividiert durch den Widerstand $R$.

Scheinleistung: $S_N = U_N \cdot I_N$ mit $U_N = U_{N1} = \frac{\hat{u}_N}{\sqrt{2}}$ ;

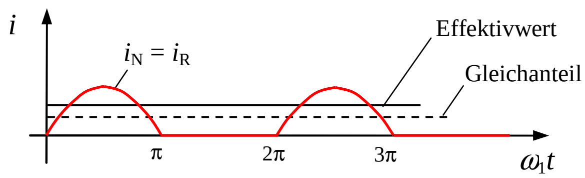
$$I_N = \frac{\hat{u}_N}{2 \cdot R}$$

$$\underline{\underline{S_N = \frac{\hat{u}_N^2}{2\sqrt{2} \cdot R}}}$$

Beim Vergleich des Ergebnisses mit dem der Wirkleistung wird deutlich, dass das Netz selbst dann mit Blindleistung belastet wird wenn der Verbraucher nur Wirkleistung beansprucht.

### 1.3.5. Blindleistung

Für die Berechnung der Blindleistung wird nun zunächst der Verbraucherstrom betrachtet.



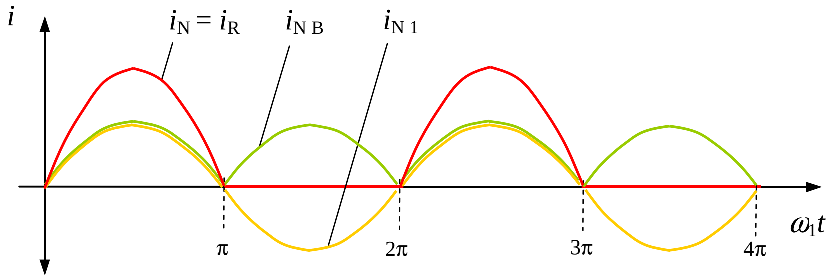

Die Komponenten des Verbraucherstromes wurden in Kap. 1.3.2 schon berechnet. Dieser Strom im Widerstand fließt auch auf der Netzseite.

$$\underline{\underline{i_N(t) = \frac{\hat{u}_N}{R} \cdot \left\{ \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \cdot \sin(\omega_1 t) - \frac{2}{\pi} \cdot \left[ \frac{1}{1 \cdot 3} \cdot \cos(2 \cdot \omega_1 t) + \frac{1}{3 \cdot 5} \cdot \cos(4 \cdot \omega_1 t) + \frac{1}{5 \cdot 7} \cdot \cos(6 \cdot \omega_1 t) + .... \right] \right\}}}$$

Der Grundschwingungsanteil des Netzstromes liegt in Phase zur Netzspannung und liefert nur Wirkleistung. Das bedeutet: Es entsteht keine Grundsschwingungs-Blindleistung!

**Verzerrungsblindanteil $Q_d$:**

Die restlichen Anteile der Gleichung liefern zusammen mit der sinusförmigen Netzspannung die Blindleistung. Der Aufwand zur Berechnung der einzelnen Anteile ist sehr groß. Aus diesem Grund wird nun der gesamte Blindstrom in der Grafik dargestellt.




Zwischen den Grenzen $\omega_1 t = 0$ und $\omega_1 t = \pi$ gilt für den Ausgangsstrom $i_N$ die Formel:

$$i_N(t) = \frac{\hat{u}_N}{R} \cdot \sin(\omega_1 t)$$

Der Abzug des Grundschwingungsanteils $i_{N1}$ ergibt den Stromanteil $i_{NB}$, der die Blindleistung liefert. Dieser Blindstrom besteht aus Gleich- und Oberschwingungsanteilen.

$$i_{NB}(t) = \frac{\hat{u}_N}{R} \cdot \sin(\omega_1 t) - \frac{\hat{u}_N}{2 \cdot R} \cdot \sin(\omega_1 t)$$

$$i_{NB}(t) = \frac{\hat{u}_N}{2 \cdot R} \cdot \sin(\omega_1 t)$$

Für die Berechnung der Verzerrungsblindleistung wird zunächst der Effektivwert von diesem Blindstrom $i_{NB}$ bestimmt.

$$I_{NB} = \frac{\hat{u}_N}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot R}$$

Darüber hinaus ist der Effektivwert der Netzspannung bekannt (Ideale Grundschwingung):

$$U_{N1} = \frac{\hat{u}_N}{\sqrt{2}}$$

Mit den Effektivwerten wird die Verzerrungsblindleistung $Q_d$ auf einfache Weise ermittelt.

$$Q_{Nd} = U_{N1} \cdot I_{NB}$$

$$\underline{\underline{Q_{Nd} = \frac{\hat{u}_N^2}{4 \cdot R}}}$$

Die berechneten Ergebnisse sollen nun überprüft werden. Die Summe der Quadrate von Wirkleistung und Blindleistung müssen das Quadrat der Scheinleistung ergeben.

$$S_{\mathrm{N}} = \sqrt{P_{\mathrm{N}}^2 + Q_{\mathrm{N}}^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{4} \cdot \frac{\hat{u}_{\mathrm{N}}^2}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{\hat{u}_{\mathrm{N}}^2}{R}\right)^2}$$

$$S_{\mathrm{N}} = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{\hat{u}_{\mathrm{N}}^2}{R}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{\hat{u}_{\mathrm{N}}^2}{R}$$

$$S_{\mathrm{N}} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot \frac{\hat{u}_{\mathrm{N}}^2}{R}$$

Das Ergebnis stimmt mit dem errechneten Wert aus Kap. 1.3.4 überein!

In diesem Beispiel ist die Grundschwingungs-Phasenverschiebung $\varphi_{\mathrm{N1}}$ gleich Null. Sind Grundschwingungsstrom und Spannung nicht in Phase, muss auch noch die Blindleistung von der Grundschwingung mit berücksichtigt werden. Es gilt:

$$Q_{\mathrm{N1}} = S_{\mathrm{N1}} \cdot \sin(\varphi_{\mathrm{N1}})$$

Die Gesamtblindleistung berechnet sich dann aus der Grundschwingungs- und Verzerrungsblindleistung:

$$Q_{\mathrm{N}} = \sqrt{Q_{\mathrm{N1}}^2 + Q_{\mathrm{Nd}}^2}$$

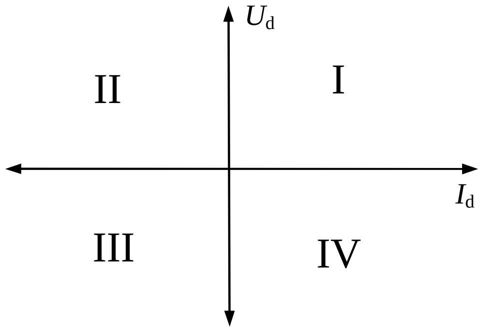
Die Scheinleistung berechnet sich in dem Fall wie folgt:

$$S_{\mathrm{N}} = \sqrt{P_{\mathrm{N}}^2 + Q_{\mathrm{N1}}^2 + Q_{\mathrm{Nd}}^2}$$

$$S_{\mathrm{N}} = \sqrt{P_{\mathrm{N}}^2 + Q_{\mathrm{N}}^2}$$

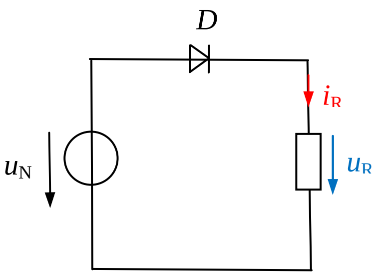
## 1.4. Betriebsquadranten

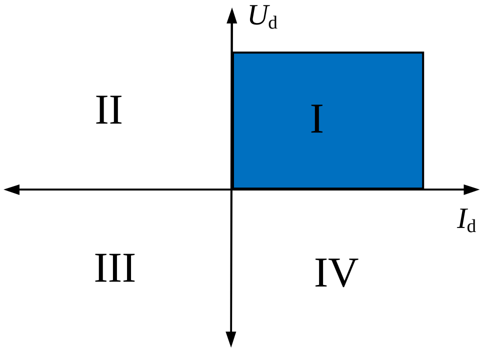
Stromrichterschaltungen werden nach dem möglichen Strom- und Spannungsrichtungen auf der Ausgangsseite (Gleichspannungsseite) eingeteilt. Diese Strom- und Spannungsrichtungen sind von Aufbau des Stromrichters und der angeschlossenen Last abhängig und werden durch Betriebsquadranten wiedergegeben.


Stromrichterbeispiel:

Der unten dargestellte Stromrichter kann nur einen positiven Strom und positive Spannung liefern. Er wird deshalb auch als Einquadrantenstromrichter bezeichnet.



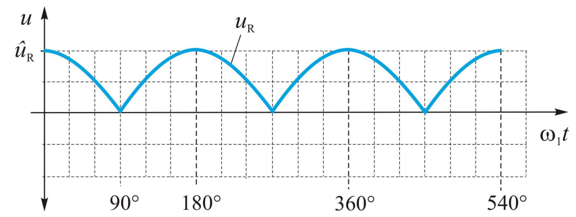

Ein Stromrichter, der in der Lage ist einen positiven Strom sowie positive und negative Spannung zu liefern, ist ein Zweiquadrantenstromrichter (Betriebquadranten I u. IV). Können Strom und Spannung am Stromrichterausgang beide Polaritäten annehmen so handelt es sich um einen 4 Quadrantenstromrichter oder Umrichter.

## Übungsaufgaben zu Kapitel 1

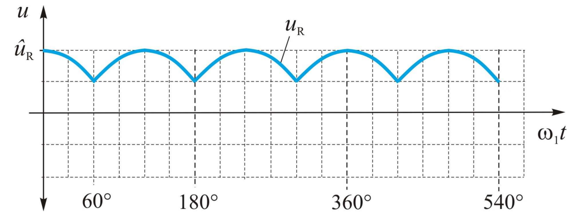
### Aufgabe 1

Die dargestellten Spannungsverläufe bestehen aus Sinusabschnitten. Berechnen Sie jeweils den Mittelwert $U_{\mathrm{R\,AV}}$, den Effektivwert $U_{\mathrm{R\,RMS}}$, den Formfaktor $F_{\mathrm{uR}}$ und die Welligkeit $W_{\mathrm{uR}}$.

a)



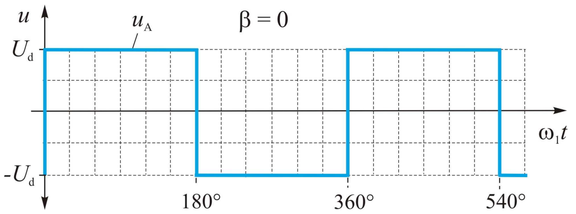

b)



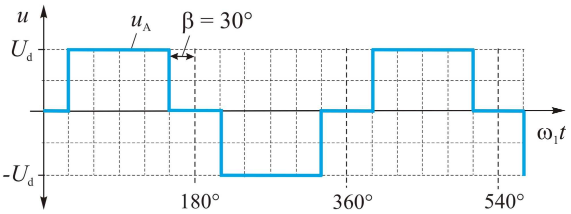

### Aufgabe 2

Von einem Wechselrichter mit Grundschwingungstaktung werden die dargestellten Ausgangsspannungen erzeugt. Berechnen Sie jeweils den Grundschwingungsgehalt $g_{\mathrm{uA}}$, den Klirrfaktor $k_{\mathrm{uA}}$ sowie den Verzerrungsfaktor $THD_{\mathrm{uA}}$.

a)




b)

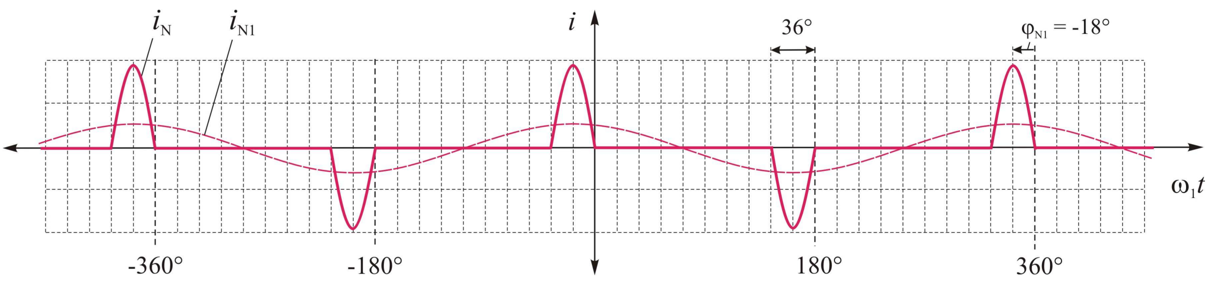



Gegeben: Ergebnisse aus der Fourier-Analyse der dargestellten Spannungen:

$$u_{\mathrm{A}}(t) = \frac{2 \cdot U_{\mathrm{d}}}{\pi} \cdot \left[ \sum_{\mathrm{k=1}}^{\infty} \frac{[1 - \cos(k \cdot \pi)]}{k} \cdot \cos(k \cdot \beta) \cdot \sin(k \cdot \omega_1 t) \right]$$

### Aufgabe 3

Ein Brückengleichrichter mit Glättungskondensator am Ausgang belastet das Netz mit dem pulsförmigen Strom. Dieser Strom mit Grundschwingungsanteil ist im Bild dargestellt.



Aufgabe 3 (Fortsetzung)

Der Grundschwingungs-Phasenverschiebungswinkel zwischen Netzspannung und Netzstrom beträgt $\varphi_{N1}$ = -18° (Netzspannung nicht im Bild dargestellt!). Darüber hinaus sind folgende Strom- und Spannungsverläufe gegeben:

Netzspannung: $u_N(t) = \hat{u}_N \cdot \cos(\omega_1 t)$ — Ideale Sinusform!

Netzstrom: $i_N(t) = -\hat{i}_N \cdot \sin(5\omega_1 t)$ — Definiert im Bereich: $-36° \leq \omega_1 t = 0$

$$i_{N1}(t) = \frac{5 \cdot \hat{i}_N}{6 \cdot \pi} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{10}\right) \cdot \cos(\omega_1 t - \varphi_{N1})$$ Grundschwingungsanteil

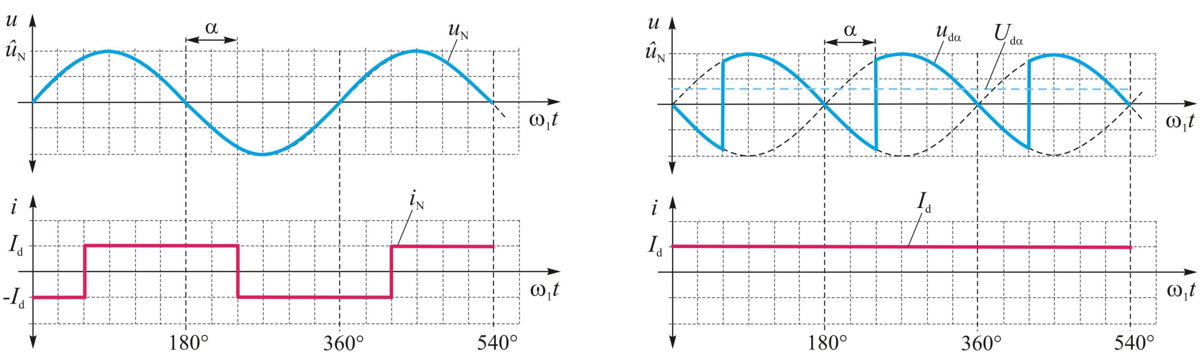
Zahlenwerte: $\hat{u}_N := 325\text{V}$, $\hat{i}_N := 10\text{A}$ und $\varphi_{N1} = -18° = -\frac{\pi}{10}$

Bestimmen Sie zunächst den Grundschwingungsgehalt $g_{iN}$, den Klirrfaktor $k_{iN}$ sowie den Verzerrungsfaktor $THD_{iN}$ von dem dargestellten Netzstrom $i_N$.

Berechnen Sie außerdem die Wirkleistung $P_{N1}$, die Grundschwingungs-Blindleistung $Q_{N1}$, die Grundschwingungs-Scheinleistung $S_{N1}$, die Oberschwingungs-Blindleistung $Q_{Nd}$, die Gesamtblindleistung $Q_{NGes}$ sowie die Gesamtscheinleistung $S_{NGes}$.

**Aufgabe 4**

Eine M2-Schaltung versorgt eine Gleichstrommaschine mit einem ideal geglätteten Strom aus dem Netz. Von der Schaltung sind links im Bild die sinusförmige Netzspannung $u_N$ und der rechteckförmige Netzstrom $i_N$ gegeben. Die rechte Seite zeigt die Spannung $u_{d\alpha}$ und den Strom $I_d$ am Ausgang. Der Steuerwinkel α ist veränderbar im Bereich 0° ≤ α ≤ 180°. Berechnen Sie die folgenden aufgeführten elektrischen Größen auf der Lastseite und auf der Netzseite in allgemeiner Form, d. h. in Abhängigkeit von den Variablen $\hat{u}_N$, $I_d$ und α. Alle Verluste des Stromrichters sind dabei zu vernachlässigen.



Lastseite: Aufgabe 4 (Fortsetzung)

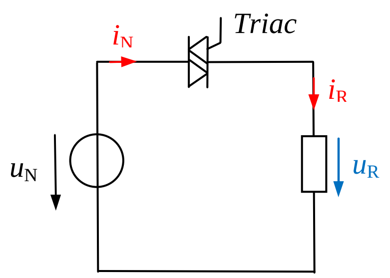
Bestimmen Sie die Gleichspannung $U_{d\alpha}$ und die Gleichstromleistung $P_{d\alpha}$ auf der Lastseite.

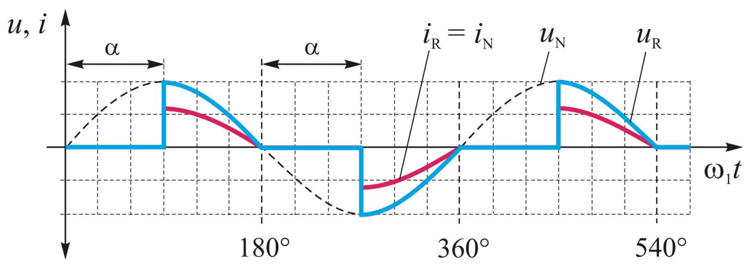
Netzseite:

Berechnen Sie zunächst die Komponenten des Netzstroms mit Hilfe der Fourier-Analyse.
Ermitteln Sie anschließend die folgenden Effektivwerte: Grundschwingungs-Wirkstrom $I_{N1W}$, Grundschwingungs-Blindstrom $I_{N1B}$, Verzerrungsblindstrom $I_{NdB}$, Gesamtblindstrom $I_{NB}$, Gesamtstrom der Grundschwingung $I_{N1}$ sowie den Gesamtstrom $I_N$.
Bestimmen Sie mit Hilfe der berechneten Netzströme folgende Leistungen: Wirkleistung $P_{N1}$, Grundschwingungs-Blindleistung $Q_{N1}$, Verzerrungsblindleistung $Q_{Nd}$, Gesamtblindleistung $Q_N$, Grundschwingungs-Scheinleistung $S_{N1}$ sowie Gesamtscheinleistung $S_N$.

**Aufgabe 5**

Ein Wechselstromsteller (Dimmer) erzeugt aus einer sinusförmigen Netzspannung $u_N$ die dargestellte angeschnittene Wechselspannung $u_R$ am Lastwiderstand.




Der Steuerwinkel beträgt α = 90°. Berechnen Sie mit Hilfe der Fourier-Analyse die unten aufgeführten elektrischen Größen in allgemeiner Form, d.h. in Abhängigkeit von den Variablen $\hat{u}_N$ ($\hat{u}_N = \hat{u}_R$) sowie $R$. Die Verluste des Stellers sind dabei zu vernachlässigen.

Lastseite:

Effektivwert der Spannung $U_R$, Effektivwert des Stromes $I_R$ und Wirkleistung $P_R$.

Netzseite:

Effektivwerte von der Netzspannung $U_N$ sowie den Wirkstrom der Grundschwingung $I_{N1W}$, Blindstrom der Grundschwingung $I_{N1B}$, Gesamtstrom der Grundschwingung $I_{N1}$, Verzerrungsblindstrom $I_{NdB}$, Gesamtblindstrom $I_{NB}$, Gesamtstrom $I_N$ sowie Wirkleistung $P_{N1}$, Grundschwingungs-Blindleistung $Q_{N1}$, Grundschwingungs-Scheinleistung $S_{N1}$, Verzerrungs-Blindleistung $Q_{Nd}$, Gesamtblindleistung $Q_N$ und Gesamtscheinleistung $S_N$.

## Ergebnisse zu den Übungsaufgaben in Kapitel 1

### Ergebnisse Aufgabe 1

a) $U_{\mathrm{R\,AV}} = \frac{2}{\pi}\cdot\hat{u}_\mathrm{R}$  $U_{\mathrm{R\,RMS}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\hat{u}_\mathrm{R}$  $F_{\mathrm{uR}} = \frac{\pi}{2\cdot\sqrt{2}}$  $W_{\mathrm{uR}} = \sqrt{\frac{\pi^2-8}{8}}$

$U_{\mathrm{R\,AV}} = 0.637\cdot\hat{u}_\mathrm{R}$  $U_{\mathrm{R\,RMS}} = 0.707\cdot\hat{u}_\mathrm{R}$  $F_{\mathrm{uR}} = 1.111$  $W_{\mathrm{uR}} = 0.483$

b) $U_{\mathrm{R\,AV}} = \frac{3\cdot\sqrt{3}}{2\cdot\pi}\cdot\hat{u}_\mathrm{R}$  $U_{\mathrm{R\,RMS}} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}+\frac{3\cdot\sqrt{3}}{8\cdot\pi}\right)}\cdot\hat{u}_\mathrm{R}$  $F_{\mathrm{uR}} = \sqrt{\left(\frac{2\cdot\pi^2}{27}+\frac{\sqrt{3}\cdot\pi}{18}\right)}$  $W_{\mathrm{uR}} = \sqrt{\left(\frac{2\cdot\pi^2}{27}+\frac{\sqrt{3}\cdot\pi}{18}-1\right)}$

$U_{\mathrm{R\,AV}} = 0.827\cdot\hat{u}_\mathrm{R}$  $U_{\mathrm{R\,RMS}} = 0.841\cdot\hat{u}_\mathrm{R}$  $F_{\mathrm{uR}} = 1.017$  $W_{\mathrm{uR}} = 0.183$

### Ergebnisse Aufgabe 2

$g_{\mathrm{uA}} = \sqrt{\frac{8\cdot[\cos(\beta)]^2}{\pi\cdot(\pi-2\cdot\beta)}}$  $k_{\mathrm{uA}} = \sqrt{1-\frac{8\cdot[\cos(\beta)]^2}{\pi\cdot(\pi-2\cdot\beta)}}$  $THD_{\mathrm{uA}} = \sqrt{\frac{\pi\cdot(\pi-2\cdot\beta)}{8\cdot[\cos(\beta)]^2}-1}$

a) $g_{\mathrm{uA}} = 0.9$  a) $k_{\mathrm{uA}} = 0.435$  a) $THD_{\mathrm{uA}} = 0.483$

b) $g_{\mathrm{uA}} = 0.955$  b) $k_{\mathrm{uA}} = 0.297$  b) $THD_{\mathrm{uA}} = 0.311$

### Ergebnisse Aufgabe 3

Fourier-Analyse nicht erforderlich! Ergebnis nur zur Information!

$$i_\mathrm{N}(t) = \hat{i}_\mathrm{d}\cdot\left\{\frac{5\cdot\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)}{6\cdot\pi}\cdot\cos(\omega_1 t-\varphi_{\mathrm{N1}})+\frac{5\cdot\cos\left(\frac{3\cdot\pi}{10}\right)}{4\cdot\pi}\cdot\cos[3\cdot(\omega_1 t-\varphi_{\mathrm{N1}})]+\frac{1}{5}\cdot\cos[5\cdot(\omega_1 t-\varphi_{\mathrm{N1}})]-\frac{10}{\pi}\cdot\left[\sum_{k=6}^{\infty}\frac{[1-\cos(k\cdot\pi)]\cdot\cos\left(\frac{k\cdot\pi}{10}\right)}{(k^2-25)}\cdot\cos[k\cdot(\omega_1 t-\varphi_{\mathrm{N1}})]\right]\right\}$$

Grundschwingungs-Phasenverschiebung: $\varphi_{\mathrm{N1}} = \frac{\pi}{10}$

Ergebnisse zu den geforderten Aufgaben

$g_{\mathrm{iN}} = \frac{5\cdot\sqrt{5}}{6\cdot\pi}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)$  $k_{\mathrm{iN}} = \sqrt{1-5\cdot\left[\frac{5}{6\cdot\pi}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)\right]^2}$  $THD_{\mathrm{iN}} = \sqrt{\frac{36\cdot\pi^2}{125\cdot\left[\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)\right]^2}-1}$

$g_{\mathrm{iN}} = 0.826$  $k_{\mathrm{iN}} = 0.564$  $THD_{\mathrm{iN}} = 1.464$

$P_{\mathrm{N1}} = \frac{5\cdot\hat{i}_\mathrm{N}\cdot\hat{u}_\mathrm{N}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)}{12\cdot\pi}\cdot\cos(\varphi_{\mathrm{N1}})$  $Q_{\mathrm{N1}} = \frac{5\cdot\hat{i}_\mathrm{N}\cdot\hat{u}_\mathrm{N}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)}{12\cdot\pi}\cdot\sin(\varphi_{\mathrm{N1}})$  $S_{\mathrm{N1}} = \frac{5\cdot\hat{i}_\mathrm{N}\cdot\hat{u}_\mathrm{N}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)}{12\cdot\pi}$

$P_{\mathrm{N1}} = 389.9\,\mathrm{W}$  $Q_{\mathrm{N1}} = -126.7\,\mathrm{VAR}$  $S_{\mathrm{N1}} = 409.9\,\mathrm{VA}$

$Q_{\mathrm{Nd}} = \frac{\hat{i}_\mathrm{N}\cdot\hat{u}_\mathrm{N}}{2}\cdot\sqrt{\frac{1}{5}-\left[\frac{5}{6\cdot\pi}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)\right]^2}$  $Q_{\mathrm{NGes}} = \frac{\hat{i}_\mathrm{N}\cdot\hat{u}_\mathrm{N}}{2}\cdot\sqrt{\frac{1}{5}-\left[\frac{5}{6\cdot\pi}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)\cdot\cos(\varphi_{\mathrm{N1}})\right]^2}$  $S_{\mathrm{NGes}} = \frac{\hat{i}_\mathrm{N}\cdot\hat{u}_\mathrm{N}}{2\cdot\sqrt{5}}$

$Q_{\mathrm{Nd}} = 600.1\,\mathrm{VAR}$  $Q_{\mathrm{NGes}} = 613.3\,\mathrm{VAR}$  $S_{\mathrm{NGes}} = 726.7\,\mathrm{VA}$

# Ergebnisse zu den Übungsaufgaben in Kapitel 1

## Ergebnisse Aufgabe 4

Ergebnisse zu der Fourier-Analyse auf der Netzseite

$$i_N(t) = \frac{2 \cdot I_d}{\pi} \cdot \left[ \sum_{k=2}^{\infty} \frac{[1-\cos(k\cdot\pi)]}{k} \cdot \sin[k \cdot (\omega_1 t - \alpha)] \right]$$

$$i_N(t) = \frac{4 \cdot I_d}{\pi} \cdot \left[ \sin(\omega_1 t - \alpha) + \frac{1}{3} \cdot \sin[3 \cdot (\omega_1 t - \alpha)] + \frac{1}{5} \cdot \sin[5 \cdot (\omega_1 t - \alpha)] + .... \right]$$

Lastseite

$$U_{d\alpha} = \frac{2 \cdot \hat{u}_N}{\pi} \cdot \cos(\alpha) \qquad P_{d\alpha} = \frac{2 \cdot \hat{u}_N \cdot I_d}{\pi} \cdot \cos(\alpha) \qquad \text{mit} \qquad \alpha = \frac{\pi}{6} = 30°$$

Netzseite

$$I_{N1W} = \frac{4 \cdot I_d}{\pi \cdot \sqrt{2}} \cdot \cos(\alpha) \qquad I_{N1B} = \frac{4 \cdot I_d}{\pi \cdot \sqrt{2}} \cdot \sin(\alpha) \qquad I_{N1} = \frac{4 \cdot I_d}{\pi \cdot \sqrt{2}}$$

$$I_{N\,dB} = \frac{I_d \cdot \sqrt{\pi^2 - 8}}{\pi} \qquad I_{N\,B} = \frac{I_d \cdot \sqrt{\pi^2 - 8 \cdot [\cos(\alpha)]^2}}{\pi} \qquad I_N = I_d$$

$$P_{N1} = \frac{2 \cdot \hat{u}_N \cdot I_d}{\pi} \cdot \cos(\alpha) \qquad Q_{N1} = \frac{2 \cdot \hat{u}_N \cdot I_d}{\pi} \cdot \sin(\alpha) \qquad S_{N1} = \frac{2 \cdot \hat{u}_N \cdot I_d}{\pi}$$

$$Q_{N\,d} = \frac{\hat{u}_N \cdot I_d \cdot \sqrt{\pi^2 - 8}}{\pi \cdot \sqrt{2}} \qquad Q_N = \frac{\hat{u}_N \cdot I_d \cdot \sqrt{\pi^2 - 8 \cdot [\cos(\alpha)]^2}}{\pi \cdot \sqrt{2}} \qquad S_N = \frac{\hat{u}_N \cdot I_d}{\sqrt{2}}$$

## Ergebnisse Aufgabe 5

Ergebnisse zu der Fourier-Analyse auf der Lastseite

$$u_R(t) = \hat{u}_R \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot \sin(\omega_1 t) - \frac{1}{\pi} \cdot \cos(\omega_1 t) - \frac{2}{\pi} \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot k}{2}\right) \cdot \left[ k - \sin\left(\frac{\pi \cdot k}{2}\right) \right]}{(k^2 - 1)} \cdot \cos(k\,\omega_1 t) \right\}$$

$$u_R(t) = \hat{u}_R \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot \sin(\omega_1 t) - \frac{1}{\pi} \cdot \cos(\omega_1 t) + \frac{1}{\pi} \cdot \cos(3\omega_1 t) - \frac{1}{3 \cdot \pi} \cdot \cos(5\omega_1 t) + \frac{1}{3 \cdot \pi} \cdot \cos(7\omega_1 t) - \frac{1}{5 \cdot \pi} \cdot \cos(9\omega_1 t) + .... \right\}$$

Lastseite

$$U_R = \frac{\hat{u}_R}{2} \qquad I_R = \frac{\hat{u}_R}{2 \cdot R} \qquad P_R = \frac{\hat{u}_R^2}{4 \cdot R}$$

$$U_N = U_{N1} = \frac{\hat{u}_N}{\sqrt{2}} \qquad \hat{u}_N = \hat{u}_R$$

## Ergebnisse zu den Übungsaufgaben in Kapitel 1

### Ergebnisse Aufgabe 5 (Fortsetzung)

Netzseite

$$I_{\mathrm{N\,1W}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{N}}}{2\cdot\sqrt{2}\cdot R} \qquad I_{\mathrm{N\,1B}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{N}}}{\pi\cdot\sqrt{2}\cdot R} \qquad I_{\mathrm{N\,1}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{N}}\cdot\sqrt{\pi^2+4}}{2\cdot\sqrt{2}\cdot\pi\cdot R}$$

$$I_{\mathrm{N\,dB}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{N}}\cdot\sqrt{\pi^2-4}}{2\cdot\sqrt{2}\cdot\pi\cdot R} \qquad I_{\mathrm{N\,B}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{N}}}{2\cdot\sqrt{2}\cdot R} \qquad I_{\mathrm{N}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{N}}}{2\cdot R}$$

$$P_{\mathrm{N1}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{N}}^2}{4\cdot R} \qquad Q_{\mathrm{N\,1}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{N}}^2}{2\cdot\pi\cdot R} \qquad S_{\mathrm{N\,1}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}^2\cdot\sqrt{\pi^2+4}}{4\cdot\pi\cdot R}$$

$$Q_{\mathrm{N\,d}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}^2\cdot\sqrt{\pi^2-4}}{4\cdot\pi\cdot R} \qquad Q_{\mathrm{N}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}^2}{4\cdot R} \qquad S_{\mathrm{N}} = \frac{\hat{u}_{\mathrm{R}}^2}{2\cdot\sqrt{2}\cdot R}$$